بررسی روشی برای تنظیم سبد سهام بهینه در بورس اوراق بهادار تهران

ایرج آزاد تکچی [*] [۱]

۱- کارشناس حقوق، دانشگاه آزاداسلامی، بیله سوار، اردبیل، ایران

[*]نویسنده مسئول:iraj.azad۴۵۸۳@gmail.com

خلاصه

تاکنون مدل های مختلفی در زمینه انتخاب پرتفوی بهینه برای سرمایه گذاران ارائه شده است. اکثر قریب به اتفاق این مدلها در نهایت با ارائه مجموعه ای از پرتفوی های موجود در مرزکارا، فرآیند انتخاب را به پایان می رسانند و در بهترین حالت در ادامه فرآیند با استخراج تابع مطلوبیت با توجه به ترجیحات سرمایه گذار از طریق گفتگوهای تعاملی تا حد امکان پرتفوی بهینه را متناسب با موقعیت های مالی و ویژگیهای رفتاری و روانی افراد تعیین می نمایند. در عمل این امر به دلیل تفاوت های موجود در تابع مطلوبیت افراد بسیار مشکل و زمان بر می باشد. این مسئله، جایگاه مدل برنامه ریزی توافقی و قابلیت های ویژه مجموعه توافقی را به عنوان یکی از مدل های موجود در تصمیم گیری چند معیاره در انتخاب سبد سهام بهینه متمایز می سازد. در پژوهش حاضر، با نمونه گیری تصادفی به انتخاب تعداد ۲۰ شرکت که در سالهای ۹۵-۹۷ در بورس اوراق بهادار فعال بوده اند اقدام گردیده است. با بررسی قدر مطلق تفاضل مجموع شاخص های سودآوری و ایمنی حاصل از بهینه سازی توابع مطلوبیت سرمایه گذاری از طریق مستقیم و مقایسه آن با نتایج حاصل از بهینه سازی انجام شده بر اساس روش برنامه ریزی توافقی، فرضیه پژوهش مورد تائید قرار گرفت.

کلمات کلیدی: پرتفوی بهینه، مدل برنامه ریزی توافقی، مجموعه توافقی، بهینه توابع مطلوبیت.

۱. مقدمه

بازار سرمایه نقش مهمی در تخصیص کارای وجوه سرمایه ای ایفا میکند و به عنوان نهادی برای تجهیز منابع مالی شرکتها و رشد اقتصادی کشور از اهمیت ویژه ای برخوردار می باشد. اهمیت مشارکت و حضور فعال سرمایه گذاران در این بازار به حدی است که ماهیت وجود بورس اوراق بهادار به سرمایه گذاری این اشخاص وابسته است. به عبارت بهتر جذب سرمایه گذاران جدید و حفظ سرمایه گذاران فعلی در این بازار حیاتی است. برای تحقق این امر یکی از راهکارها کمک به اشخاص حقیقی و حقوقی جهت اخذ تصمیمات سرمایه گذاری صحیح تر و متناسب تر با ترجیحات آنها می باشد. از این رو فرایند سرمایه گذاری از دیرباز به عنوان یکی از مسائل مهم مورد توجه سرمایه گذاران فردی، نهادی، و تجزیه و تحلیل گران مالی بوده و خواهد بود (میری، محبوب قدسی، ۱۳۹۴) این فرایند، دو مبحث اصلی «تجزیه و تحلیل اوراق بهادار» و «مدیریت پرتفوی» را شامل می شود. تجزیه و تحلیل اوراق بهادار در برگیرنده تخمین مزایای تک تک سرمایه گذاری هاست، در حالی که مدیریت پرتفوی شامل تجزیه و تحلیل ترکیب سرمایه گذاری ها و مدیریت نگهداری مجموعه ای از سرمایه گذاریها می باشد. (راعی و پویان فر، ۱۳۹۳، ۱۰۱). یکی از فروض اولیه و پذیرفته شده در خصوص اشخاص سرمایه

[*] **Corresponding author: ایرج آزاد تکچی**
Email: iraj.azad۴۵۸۳@gmail.com

گذار فرض ریسک گریزی آن ها می باشد. درجه ریسک گریزی افراد با هم متفاوت بوده و تحت تأثیر عوامل متعددی قرار دارد (پرگ و بوجی، ۲۰۰۳). ولیکن آنچه مورد اتفاق همه ی اندیشمندان حوزه سرمایه گذاری میباشد، تأثیر درجه ی ریسک گریزی بر نوع انتخاب بهینه ی سرمایه گذاران میباشد (کالبرگ و زیمبا، ۱۹۸۳)؛ زیرا درجه ریسک گریزی بر تابع مطلوبیت افراد تأثیر گذاشته و شکل این تابع را تحت تأثیر قرار می دهد (لی روی، ۲۰۱۴). از همین رو انتخاب بهینه ی افراد از بین پرتفوی های مرز کارا به واسطه ی شکل تابع مطلوبیت سرمایه گذار که تا حدود زیادی منحصر به فرد می باشد، تعیین میشود (مارکویتز، ۱۹۵۲). به دلیل مشکلات متعدد مربوط به استخراج توابع مطلوبیت خاص هر سرمایه گذار، پژوهشگران متعددی سعی نمودند با استفاده از اصول و تکنیک های مربوط به تصمیم گیری چند معیاره و همچنین علم اقتصاد خرد بر این مسائل فائق آیند. یکی دیگر از این پژوهشهای مربوط به تعمیم اصول تصمیم گیری گروهی که توسط یو در سال ۱۹۷۳ ارائه شد، به تصمیمات مربوط به انتخاب سبد سهام بهینه است. با همین هدف در پژوهش حاضر از مدل برنامه ریزی توافقی در انتخاب سبد سهام استفاده شده و نتایج حاصل با روش حداکثر سازی توابع مطلوبیت به روش مستقیم مقایسه می گردد.

۲. پیشینه تحقیق

با توجه به اینکه مطالعه ی حاضر پژوهشی بین رشته ای می باشد، قاعدتاً مبانی نظری مربوطه نیز از حوزه های مختلف جمع آوری گردید. برای این منظور بررسی اجمالی پیرامون مباحث مربوط به فرایند سرمایه گذاری، مدلهای انتخاب پرتفوی، تئوری مطلوبیت انتظاری و مدلهای تصمیم گیری چند معیاره و به طور خاص برنامه ریزی توافقی و مجموعه توافقی و پژوهشهای انجام گرفته در این زمینه، در برنامه کار قرار گرفت.

تعبیر اقتصادی مدل برنامه ریزی توافقی

ابتدا به تعریفی جامع از عبارت ترکیبات مصرف تعادلی پرداخته می شود؛ زیرا اساس متریک های مورد استفاده در برنامه ریزی توافقی یعنی p=۱ و p=∞ تعیین کننده ی مرزهای مجموعه توافقی می باشند و متریک بی نهایت به منزله ی تمایل افراد به حفظ موقعیت و وضعیت متعادل می باشد یا به عبارت بهتر تمایل به حفظ ترکیبات مصرف تعادلی را نشان می دهد. به همین دلیل ترکیب (x_1,x_2) زمانی که مصرف هردوی این کالاها تقریباً نزدیک به نقطه ی ایده آل باشد، ترکیبی کاملاً متعادل است؛ به عبارتی رابطه ی ۱ برقرار میباشد:

$$w_1(x^*_1 - x_1) = w_2(x^*_2 - x_2) \quad (۱)$$

x^*_1: مقدار کالای x_1 زمانی که کل بودجه به آن کالا تخصیص یافته است.

x^*_2: مقدار کالای x_2 زمانی که کل بودجه به آن کالا تخصیص یافته است.

w_1: نسبتی از بودجه که به مصرف کالای x_1 تخصیص یافته است.

w_2: نسبتی از بودجه که به مصرف کالای x_2 تخصیص یافته است.

بر روی منحنی مطلوبیت یکسان $Z=Z(x_1,x_2)$ ؛ رابطه ی ۲ برقرار است:

$$Z'x_1\, dx_1 + Z'x_2\, dx_2 = 0 \quad (۲)$$

بر اساس رابطه ۲ زمانی که (x_1,x_2) ترکیبی متعادل باشد، رابطه ۳ برقرار خواهد بود.

$$|\, w_1\, dx_1\,| = |\, w_2\, dx_2\,| \quad (۳)$$

در این موقعیت تصمیم گیرنده میتواند یک واحد نهایی از x_1 را به ازای یک واحد نهایی از x_2؛ بدون تغییر در سطح مطلوبیت حاصل از مصرف ترکیب فعلی، معاوضه نماید (رومرو و بالسترو، ۱۹۹۱). در نقطه ی مصرف متعادل (مسیر تعادلی) در فضای سرمایه گذاری، سرمایه گذار مایل خواهد بود یک واحد نهایی از شاخص سودآوری را با یک واحد نهایی

از شاخص ایمنی معاوضه نماید؛ اگر $w^1=w^2=1$ باشد، (بالسترو و پلاسانتا ماریا ، ۲۰۰۱) اگر $w_1 = \frac{1}{(x^*_1)}$ و $w_2 = \frac{1}{(x^*_2)}$ در نظر گرفته شود، در ترکیبات مصرف متعادل رابطه های ۴ و ۵ برقرار است:

$w^1 x^1 = w^2 x^2$ (۴)

$x^1 / x^{*1} = x^2 / x^{*2}$ (۵)

برقراری رابطه های ۴ و ۵ همان ویژگی متعادل بودن میباشد که در پارادایم جانشین بودن مجموعه توافقی و بهینه توابع مطلوبیت به طریق لاگرانژ، حائز اهمیت میباشد (رومرو، ۱۹۹۶).

در ترکیبات مصرف متعادل ($L\infty$) رابطه ی ۶ همواره برقرار است.

(۶)

$MRS = W^1/W^2$

$W^1X^1 \sim W^2X^2$

$If\ W^1X^1 \sim W^2X^2 \rightarrow |\ W^1dX^1 - W^2dX^2\ | \sim 1$

$If\ W^1X^1 = W^2X^2 \rightarrow |W^1dX^1 + W^2dX^2\ | = 0$

$Z'X^1/Z'X^2 \sim W^1/W^2 \rightarrow MRS = W^1/W^2$

از روابط فوق، می توان نتیجه گرفت که مقدار بیشینه ی تابع Z به طریق لاگرانژ، به احتمال قوی به فاصله[L^1 و$L\infty$] تعلق دارد؛ بنابراین میتوان گفت CP جانشین مناسبی برای بهینه سازی کلاسیک به طریق لاگرانژ میباشد (بالسترو و رومرو، ۱۹۹۱).

تئوری مطلوبیت و انتخاب پرتفوی بهینه

حداکثر سازی مطلوبیت مورد انتظار به طور دامنه داری در مباحث مربوط به تجزیه و تحلیل پرتفوی های بهینه به کار گرفته شده است. مدل M-V نیز بر اساس مفهوم حداکثر سازی مطلوبیت انتظاری بنانهاده شده است (هانا و چن، ۱۹۹۷) مطلوبیت انتظاری چارچوبی برای بررسی دیدگاه افراد نسبت به ریسک را فراهم میکند (لی روی و ورنر، ۲۰۱۴). در رفتار انتخاب عامل اقتصادی، دو مسئله حائز اهمیت است؛ اول اینکه نتایج تصمیمات ممکن است متغیری تصادفی باشد (مانند سرمایه گذاری تحت شرایط عدم اطمینان). دوم اینکه بسیاری از تصمیمات سرمایه گذاران، پیامدهای مهمی برای آینده آن ها به همراه دارد که این گونه تصمیمات نه تنها بر روی مطلوبیت فعلی سرمایه گذار تأثیر گذار می باشد؛ به همان اندازه بر روی مطلوبیت آینده سرمایه گذار مؤثر خواهد بود. مدل فون نویمان و مورگنشترن (VNM) اساس اخذ تصمیم در شرایط عدم اطمینان به صورت مطلوبیتی که باید حداکثر گردد، قابل تعریف است. با در نظر گرفتن این فرض که سرمایه گذاران بر اساس معیار میانگین-واریانس، اقدام به انتخاب پرتفوی بهینه می نمایند، پرتفوی حاصل، پرتفویی خواهید بود که تابع مطلوبیت سرمایه گذاران به ازای انتخاب آن، حداکثر می گردد (استرادا، ۲۰۰۲، ۲). با وجود اینکه لحاظ نمودن توابع مطلوبیت برای شخص سرمایه گذار و روش حداکثر سازی غیر مستقیم این توابع به طریق لاگرانژ، منجر به انتخابهای دقیقی برای سرمایه گذار می شود ولی به دلیل مشکلاتی همچون بالا بودن حجم محاسبات و محاسبات تکراری، تقریب توابع مطلوبیت اهمیت زیادی پیدا کردند (کرول و مارکویتز، ۱۹۸۴).

روش لاگرانژ به عنوان یکی از مهم ترین روش ها برای یافتن نقاط بهینه ی توابع مطلوبیت قید شده به کار می رود. شرایط قید شده و طریقه ی به دست آوردن نقاط بهینه طبق رابطه ۷ میباشد (جل، ۲۰۱۱).

$Max\ F(X^1,$ (۷)

$X^2)$

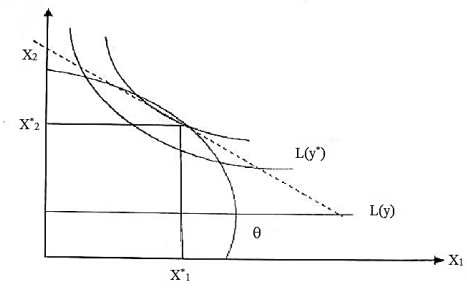
$S.\ tg(X^1, X^2) = 0$

$$L(X^1, X^2, \lambda) = f(X^1, X^2) + \lambda g(X^1, X^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$



شکل ۱. بهینه سازی به طریق لاگرانژ

به اعتقاد مارکویتز پرتفوی بهینه در محلی از مرز کارا واقع میشود که توابع مطلوبیت سرمایه گذار با مرز کارا مماس می گردد. توابع مطلوبیتی که در این تحقیق به کار گرفته شده است بر اساس کاهش درجه ریسک گریزی مطابق با مطالعه کرول (۱۹۸۴) و آمیلون۱ (۲۰۰۱) به شرح جدول ذیل در نظر گرفته شد.

جدول ۱ .توابع مطلوبیت منتخب و بیان پارامترهای مربوطه

ریسک گریزی نسبی آرو و پرت	ریسک گریزی مطلق آرو و پرت	مقادیر پارامترها	تابع مطلوبیت U(w)
α>۰ افزایشی α=۰ ثابت α<۰ کاهشی	کاهشی	α=۰ , α = ۰,۵	Ln(α+w)
ثابت	ثابت	α=۲ , α=۵	$-e^{-\alpha w}, \alpha > 0$
α>۰ افزایشی α=۰ ثابت α<۰ کاهشی	کاهشی	α=۰,۸, β=۰. α=-۰,۵, β=۰,۲	(α+w)β, ۰< β< ۱

همان طور که در جدول ۱ مشخص می باشد توابع مطلوبیت منتخب از نوع لگاریتمی، نمایی منفی و نمایی می باشد. تابع مطلوبیت لگاریتمی عبارت است از:

$$U(y) = Ln(y + \alpha), \qquad -\alpha<y \tag{۸}$$

اگر $-\alpha<y$ باشد، ریسک گریزی مطلق کاهشی و برابر $\frac{1}{(y+\alpha)}$ است. اگر α برابر یک باشد، ریسک گریزی نسبی برابر یک است. ریسک پذیری برابر $t(y) = y + \alpha$ می باشد.

توابع مطلوبیت نمایی (توانی) نیز یکی از انواع توابع مطلوبیت پرکاربرد در مباحث مدیریت مایل و سرمایه گذاری است. شکل عمومی این دسته از توابع در رابطه ۹ نشان داده شده است:

$$u(y) = \frac{1}{\gamma}(\alpha + \gamma y)^{1-\frac{1}{\gamma}}, \qquad -\alpha < \gamma y \tag{۹}$$

اگر $\gamma \neq 1$ و $\gamma = 0$ باشد، ریسک گریزی مطلق برابر $\frac{1}{(\alpha+\gamma y)}$ است و اگر $\gamma > 0$ باشد، ریسک گریزی مطلق کاهشی است. در غیر این صورت اگر $\gamma < 0$ باشد، ریسک گریزی مطلق افزایشی است. اگر $\alpha = 0$ باشد، ریسک گریزی نسبی برابر γ است. برای محاسبه ریسک پذیری از رابطه $t(y) = \alpha + \gamma y$ استفاده می شود (لی روی، ۲۰۱۴، ۸۹).

توابع مطلوبیت نمایی منفی یکی از انواع توابع مطلوبیت نمایی است که در رابطه ۱۰ نشان داده شده است:

$$u(y) = -e^{-\alpha y} \tag{۱۰}$$

از ویژگی این نوع توابع مطلوبیت، ریسک گریزی مطلق ثابت است که برابر با $t(y) = \frac{1}{\alpha}$ میباشد (لی روی، ۲۰۱۴، ۸۹).

توابع مطلوبیت نمایی، لگاریتمی، نمایی منفی توابع مطلوبیت ریسک پذیر خطی هستند و پارامتر γ ($\gamma = 0$ برای توابع مطلوبیت نمایی منفی و $\gamma = 1$ برای توابع مطلوبیت لگاریتمی) شیب تابع ریسک پذیری میباشد (لی روی، ۲۰۱۴، ۹۰).

در مباحث مربوط به بهینه سازی مطلوبیت مورد انتظار در فضای سرمایه گذاری تابع هدف محدودیت ها به صورت رابطه زیر در نظر گرفته شد:

$$\text{Max } E[U(1 + \sum_{i=1}^{n} x_i r_i)] \tag{۱۱}$$

در رابطه ی فوق تابع مطلوبیت مورد انتظار سرمایه گذار به صورت ثروتی که می بایست حداکثر گردد، تعریف شده است. ri همان بازده سهام منتخب و $\sum_{i=1}^{n} x_i$ همان محدودیت مربوط به مجموع سرمایه گذاری در سهام منتخب که نبایستی از یک بزرگ تر باشد، می باشد.

سرمایه گذار استاندارد(متوسط)

آنچه استفاده از برنامه ریزی توافقی را در انتخاب سبد سهام حائز اهمیت نموده است عملیاتی نمودن مفهوم ریسک سرمایه گذاران با لحاظ نمودن خانواده ای از متریک ها می باشد. در پژوهش های کلاسیک اقتصاد برای نشان دادن درجه ریسک گریزی از معیارهای معروف و شناخته شده ریسک نسبی و مطلق آرو و پرت (۱۹۷۱) استفاده می شود. آنچه مسلم است هیچ یک از سرمایه گذاران مانند هم نبوده و طبقات مختلف سرمایه گذاران، نیازهای مدل سازی متفاوتی را می طلبد (هانا و چن، ۱۹۹۷) و برای انتخاب پرتفوی بهینه ترکیب های مختلفی از دو شاخص ریسک و بازده را در نظر می گیرند. پارامتر ریسک را می توان به عنوان یکی از دغدغه های اصلی سرمایه گذاران دانست. اهمیت این شاخص تا جایی است که می توان سرمایه گذاران را بر اساس آن به انواع مختلفی طبقه بندی نمود. پژوهش جامع بوجی و پرگ سعی در تخمین همزمان درجه ریسک گریزی و نرخ تنزیل زمانی برای هر سرمایه گذار، نمودند. نتیجه پژوهش مزبور نشان داد ریسک گریزی با عواملی مانند میزان درآمد، سطح تحصیلات، سن، جنسیت، گرایش های مذهبی و ... در ارتباط است (نوجی و پرگ، ۲۰۰۳) و سرمایه گذاران را به سه دسته تقسیم کرده اند: سرمایه گذار متمایل به سمت شاخص سودآوری، سرمایه گذار متمایل به سمت شاخص ایمنی و سرمایه گذار استاندارد۱. بالسترو و رومرو (۱۹۹۶)، ضمن برشمردن ویژگی های

سرمایه گذار استاندارد (متعارف) به عنوان فردی که به دنبال حفظ موقعیت متعادل خود از نظر شاخص ایمنی و سودآوری است، $L\infty$ را به عنوان نقطه مرجع و هدف عام مطلوب کلیه ی سرمایه گذاران، معرفی نمودند (بالسترو و رومرو، ۱۳۸۱، ۱۹۹۶). به عبارت بهتر، همه انسان ها موقعیت های متعادل را به عنوان ترکیبی متوازن (متعادل) از عناصر می دانند و هیچ کس غیر از انسان های غیر منطقی، تمایلی به ایجاد موقعیت های بسیار ناهماهنگ از نظر ترکیب ندارد. به عبارت بهتر یکی از اصول بارز انسان، ایجاد ترکیبهای هماهنگ، متوازن، و متعادل از عناصر می باشد. این واقعیت، توضیح دهنده این مسئله است که چرا $L\infty$ به عنوان یک هدف عمومی برای کلیه سرمایه گذاران قابل طرح می باشد. (بالسترو و پلاسانتا ماریا، ۲۰۰۱). البته در این حالت تنها رفتار ریسک گریزانه سرمایه گذار استاندارد در موقعیت متوازن مورد توجه قرار می گیرد. به عبارت بهتر سرمایه گذار استاندارد فردی است که مطلوبیت نهایی ریسک و بازده در نقطه ی مرجع برای وی یکسان است (بالسترو و رومرو، ص ۱۹۹۶، ۱۳۸۲).

یکی از مهم ترین مسائل دنیای سرمایه گذاری انتخاب پرتفوی بهینه متناسب با رجحان های سرمایه گذاران می باشد، به همین دلیل تاکنون تحقیقات متعدد و دامنه داری در این زمینه انجام شده و همچنان در حال انجام می باشد. در این بین مدل میانگین-واریانس مارکویتز مهم ترین مدل برنامه ریزی پرتفوی تک دوره ای می باشد که در سال ۱۹۵۲ به جامعه مالی معرفی گردید (مارکویتز، ۱۹۵۲). مارکویتز نشان داد که سرمایه گذار استاندارد (متعارف) سعی در حداکثر سازی مطلوبیت مورد انتظار خود دارد و سرمایه گذاران، انتخاب خود را از بین پرتفوی های غیر مسلط مرز کارا انجام می دهند. همچنین اگر تابع توزیع بازده ها نرمال باشد، معیارهای میانگین-واریانس، معیارهای معتبر و کارا برای هر نوع تابع مطلوبیت می باشد (همان منبع). به طور کلی مدل میانگین-واریانس زمانی که تابع مطلوبیت سرمایه گذار مقعر باشد و تابع توزیع بازده دارایی ها نرمال باشد (به عبارتی از ویژگی های تابع مطلوبیت انتظاری فون نویمان-مورگنشترن پیروی کند)، صادق می باشد (کرول و مارکویتز، ۱۹۸۴). مطابق با مدل میانگین-واریانس (M-V) مارکویتز، یک فرد با معین کردن سطح مشخصی از ریسک، می تواند حداکثر بازده سرمایه گذاری را از طریق حداکثر کردن بازده مورد انتظار پرتفوی به دست آورد یا به ازای سطح مشخصی از بازده، یک فرد می تواند حداقل ریسک سرمایه گذاری را از طریق حداقل سازی واریانس پرتفوی به دست آورد (چن و هانگ، ۲۰۰۹). مدل تمام کوواریانس مارکویتز تنها قادر به تعیین مرز کارا می باشند (بالسترو و رومرو، ۱۹۹۷). این مدل پرتفوی بهینه را مشخص نمی کند بلکه مجموعه ای از پرتفوی های کارا را بر روی منحنی مرز کارا مشخص می نماید که همگی آنها با توجه به ریسک و بازده مور انتظار، پرتفوی بهینه هستند و سرمایه گذار انتخاب خود را از بین پرتفوی های غیر مسلط مرز کارا و با توجه به شکل تابع مطلوبیت خود (مرز کارای پاراتویی) انجام می دهد (جونز، ۲۰۰۰). به دلیل مسائل و مشکلات مدل مارکویتز پژوهشگران دیگری موضوع بهینه سازی سبد سهام را بررسی نمودند. پژوهشگرانی چون کالبرگ و زیمبا در سال ۱۹۸۳ نشان دادند در صورتی که درجه ی ریسک گریزی مطلق سرمایه گذاران مشابه باشد، سرمایه گذاران با داشتن هر نوع تابع مطلوبیتی، پرتفویهای بهینه ی مشابهی را برمی گزینند (کالبرگ و زیمبا، ۱۹۸۳) همچنین چارنز و کوپر (۱۹۶۱) و سپس ایجیری مدل برنامه ریزی آرمانی (GP) در مسائل مالی را ارائه نمودند. ولیکن دلایل مهمی جهت استفاده از مدلهای دیگر غیر از GP وجود دارد. بر اساس مفاهیم مالی، دلیل اصلی این است که GP قادر به تعیین تقریبی از تابع مطلوبیت سرمایه گذار نیست؛ یعنی تابع مطلوبیتی که با ریسک گریزی مشخص می گردد (بالسترو، ۲۰۰۴). با توجه به عدم توانایی مدلهای مذکور در انتخاب پرتفوی بهینه طرح مدلی که هر دو وظیفه ی تعیین مرز کارا و انتخاب بهترین مجموعه سرمایه گذاری را به طور هم زمان انجام دهد، ضروری به نظر می رسد (بالسترو و رومرو، ۱۹۹۷). از همین رو از دهه ۹۰ میلادی استفاده از مدل برنامه ریزی توافقی که از تکنیک های تصمیم گیری گروهی می باشد (یو، ۱۹۷۳)، به دلیل ویژگیهای خاص مجموعه توافقی در مطالعات انجام شده با موضوع انتخاب پرتفوی بهینه شروع گردید و تاکنون هم روند تکاملی خود را طی نموده است (بالسترو و رومرو، ۱۹۹۶).

برنامه ریزی توافقی (CP) یک رویکرد تصمیم گیری چند معیاره شناخته شده و معروف می باشد که اولین بار توسط یو و زلنی (۱۹۷۳) مطرح گردید. CP تکنیک برنامه ریزی ریاضی با قابلیت بررسی اهداف چندگانه، در شرایطی که در آن سطح بالای تضاد میان معیارها اجازه بهینه سازی هم زمان تمامی اهداف در نظر گرفته شده را نمی دهد، می باشد. اساس و شالوده CP تعیین نقطه ایده آل به عنوان نقطه مرجع می باشد که سایر معیارها در مقایسه با این نقطه به مقدار بهینه خود می رسند (بالسترو و رومرو، ۱۹۹۱). برنامه ریزی توافقی یک مجموعه ی گسسته (مجزا) از راه حل ها را مطابق با فاصله ی این راه حل ها از راه حل ایده آل رتبه بندی می کند (پرودانویس، ۲۰۰۱). با پژوهشی که توسط بالسترو و رومرو در سال ۱۹۹۱ انجام گرفت، راه برای توسعه و استفاده روزافزون برنامه ریزی توافقی در مسائل اقتصادی و مالی هموار شد. این پژوهشگران با انجام پژوهشی ارتباط تابع مطلوبیت و برنامه ریزی توافقی را بررسی نمودند. نتایج حاصل از کار این دو پژوهشگر نشان داد که برنامه ریزی توافقی جانشین خوبی برای بهینه سازی کلاسیک است. بالسترو و رومرو (۱۹۹۳) در پژوهشی دیگری به بررسی سیستم ارزش گذاری در برنامه ریزی توافقی پرداختند. این پژوهشگران سیستم ارزش گذاری خاصی را پیشنهاد نمودند که به عنوان یک تعدیل کننده به صورت نسبی و معکوس باعث ایده آل شدن قیمت سایه ای در سناریوهای اقتصادی می باشد. بالسترو و رومرو در سال ۱۹۹۶ ضمن به کارگیری CP در مسئله ی انتخاب پرتفوی، فرض سرمایه گذار استاندارد (متوسط) را در تحلیل خود به کار بردند. یکی از مهمترین مسائل در انتخاب پرتفوی بهینه داشتن اطلاعاتی از ترجیحات سرمایه گذاران در خصوص معیارهای ریسک و بازده می باشد. در چارچوب CP، متریک ها برای نشان دادن فاصله موجود بین نقطه ی ایده آل نرمالایز شده و نقاط مرز کارای ترسیم شده به روش (NISE)، به کار می رود. به عبارت بهتر، مفهوم فاصله به عنوان معیار اندازه گیری ترجیحات سرمایه گذاران در نظر گرفته می شود. نتایج حاصل از کار این پژوهشگران نشان داد که مجموعه ی توافقی یک جایگزین مناسب نسبت به روشهای سنتی مورد استفاده برای انتخاب اوراق بهادار است. بالسترو در سال ۱۹۹۷ به بررسی ارتباط متریک ها با درجه ریسک گریزی سرمایه گذاران پرداخت. این روش ما را به برآورد مناسبی از متریک (p) متناسب با درجه ی ریسک گریزی افراد رهنمون می سازد. در سال ۲۰۰۱ پلاسانتا ماریا از CP در انتخاب پرتفوی شرکتهای سرمایه گذاری با لحاظ نمودن هزینه های معاملاتی در بورس اوراق بهادار مادرید اقدام نمود. در سال ۲۰۰۴ این دو پژوهشگر از CP در انتخاب پرتفوی برای شرکت های سرمایه گذاری استفاده کردند. با این توضیحات می توان گفت تائید فرض جانشین بودن مجموعه ی توافقی به عنوان محدوده ای که نقاط بهینه توابع مطلوبیت سرمایه گذاران در آن واقع می شود به افزایش دانش کاربردی در زمینه ی انتخاب بهینه افراد منجر خواهد شد. با توجه به توضیحات مطروحه، فرضیه پژوهش به صورت ذیل بیان گردید:

«پرتفوی های بهینه محاسبه شده با استفاده از مدل برنامه ریزی توافقی، تقریب مناسبی از رفتار سرمایه گذار متعارف (استاندارد) می باشد.»

۳. روش شناسی پژوهش

پژوهش حاضر بر اساس هدف کاربردی، بر اساس نوع رویکرد، کمی، بر اساس نحوه ی گردآوری داده ها در گروه پژوهش های توصیفی و پژوهش اسنادی-کتابخانه ای و طرح پژوهش، تجربی میدانی می باشد. با توجه به اینکه پژوهش انجام شده، مطالعه ای بین رشته ای می باشد جهت تئوری پردازی و همچنین تحلیل داده ها از تکنیک CP و توابع مطلوبیت استفاده شده است. برنامه نویسی با استفاده از نرم افزار MATLAB۲۰۱٤ برای مشخص نمودن نقاط کارای گوشه ای، با تکنیک موسوم به تخمین مجموعه غیر مرجح (NISE) با هدف ترسیم مرز کارا به کار گرفته شد. با استفاده از داده های مربوط به ریسک و بازده سهام منتخب، ماتریس کوواریانس بازده با استفاده از نرم افزار صفحه گسترده ی اکسل تهیه شد. نمونه آماری در این پژوهش ۲۰ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار می باشند که به صورت تصادفی ساده از بین شرکت

های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شده اند. در خصوص حجم نمونه باید گفت با توجه به اینکه پژوهش حاضر به بررسی و اجرای یک تکنیک ریاضی در انتخاب سبد سهام می باشد، نیازی به انتخاب نمونه های با تعداد بالا در این خصوص وجود نداشته است و صرفاً تشکیل سبد سهام مدنظر می باشد. از طرفی افزایش تعداد سهام به صورت فزاینده ای بر مشکلات اجرای برنامه های متعدد نرم افزاری تهیه شده می افزاید؛ بنابراین باوجود اطلاع از کاهش تعمیم پذیری نتایج، تعداد شرکتهای نمونه ۲۰ شرکت انتخاب گردید.

۴. تجزیه و تحلیل داده ها و آزمون فرضیه

اجرای مدل

چگونگی انتخاب پرتفوی در چارچوب مدل برنامه ریزی توافقی در رابطه ی ۷ آمده است.

St Y (۱۲)

$$Min\ L_p = [w_1.^p\ |E^* - E|^p + w_2{}^p |V - V^*|^{\ p}] \quad \in X$$

(۱۳)

به ازای P=۱ رابطه ۸ به دست می آید

Max W۱E-W۲V St Y ∈ X

با حل معادله ی ۸، L۱ تعیین می شود و به ازای p=∞ رابطه ی ۹ به دست می آید.

(۱۴)

$$Max\ [W_1(E^* - E),\ W_2(V - V^*)]$$

با حل معادله ی ۹، L∞ تعیین می شود.

$$Min\ D = Min\ Max[W_1, W_2(V - V^*)] \qquad St\ Y \in X$$ (۱۵)

بر اساس پژوهش انجام شده توسط کوهن و زلنی (۱۹۷۹)، معادله ی ۱۱ معادل رابطه ۱۰ می باشد.

Min D (۱۶)

St W۱ (E*-E) ≤ D

W۲ (V-V*) ≤ D

Y ∈ X

جدول ۲. علائم اختصاری به کار رفته در مدل برنامه ریزی توافقی

تعریف علائم اختصاری	
E: بازده مورد انتظار پرتفوی	X_i: کسری از پرتفوی که در سهام، سرمایه گذاری شده است.
V: واریانس بازده	X: مجموعه محدودیت های مدل
U(E,V): تابع مطلوبیت سرمایه گذاری در فضای E-V	w۱, w۲: وزنهایی که به E,V نسبت داده می شود.
E* : ارزش ایده آل (آرمانی) برای E	P: پارامتری که خانواده ی توابع فاصله و در اینجا درجه ریسک

	گریزی را مشخص می کنند.
V* : ارزش ایده آل (آرمانی) برای V	L_1 و L_∞ : بهترین جوابهای توافقی به ازای متریک ۱و∞، محدوده های مجموعه های توافقی را مشخص می کنند.
E* : ارزش ضد ایده آل برای E	V*: ارزش ضد ایده آل برای V

برای استفاده از مدل برنامه ریزی توافقی در اولین مرحله لازم است که نقطه ی ایده آل در مسئله ی انتخاب پرتفوی در فضای ریسک و بازده تعریف گردد. طبق تعریف، نقطه ی ایده آل پرتفویی با حداقل ریسک و حداکثر بازده می باشد. برای ایجاد قابلیت مقایسه، دو معیار مزبور بر اساس روابط ۱۲ و ۱۳ نرمالایز می گردند تا به شاخص هایی تبدیل شوند که هر دو با عبارت «بیشتر، بهتر است».

$$\theta_1 = \frac{E-E^*}{E^*-E_*} \quad \text{(شاخص سودآوری)} \qquad (۱۷)$$

$$\text{شاخص ریسک} = 1 - \frac{V-V^*}{V_*-V^*} = \frac{V_*-V}{V_*-V^*} \quad \theta_2 = ۱ - \text{(شاخص ایمنی)} \qquad (۱۸)$$

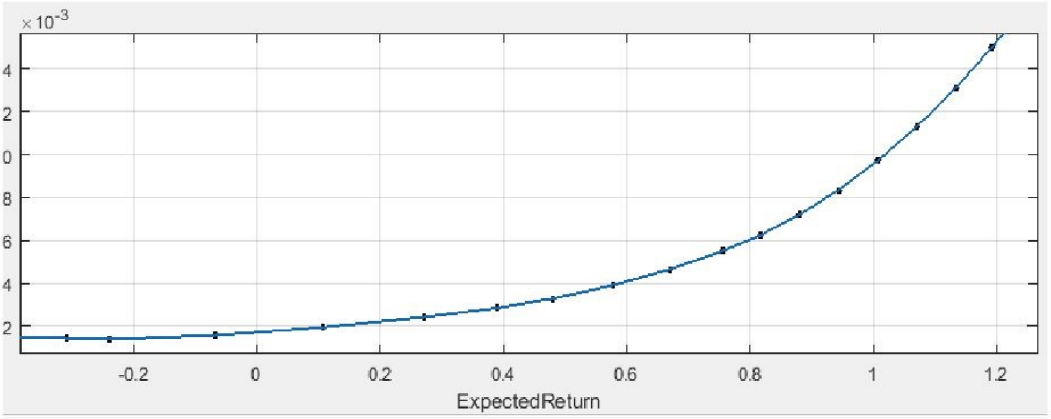
با به کارگیری اصول CP و تعیین نقطه ی ایده آل، مرز کارای پاراتویی بر اساس دو معیار میانگین بازده اوراق بهادار انتخابی و ریسک این اوراق، در شکل ۱ ترسیم شد. ویژگی مهم مدل مطرح شده، وزن دهی به هر یک از معیارها می باشد. در این پژوهش از روش NISE و ۱۷ نقطه برای ترسیم مرز کارا استفاده شده است. دلیل استفاده از این روش، عدم نیاز به داشتن اطلاعات ترجیحی افراد در مورد ریسک و بازده و قابلیت ترسیم مرز کارا با حداقل نقاط می باشد. این روش یکی از تکنیک های وزن دهی می باشد و واژه ی NISE بر کارایی پاراتویی دلالت دارد (کاستا و رهمن، ۲۰۰۵). در این روش در ابتدا به بهینه سازی هر یک از توابع هدف به طور جداگانه اقدام نموده که این فرآیند منجر به ایجاد نقاط A و B در فضای هدف می گردد. شیب پاره خط بین هر دو نقطه ی مجاور به عنوان وزن های تابع هدف اصلی در مسئله ی جدید محسوب می شود (کوهن و شر، ۱۹۷۹).

در شروع کار مدل اساسی انتخاب پرتفوی در رابطه ی ۱۹ را در نظر می گیریم. نتایج حاصل از بهینه سازی تابع هدف در جدول ۳ آمده است.

$$\text{Max } W_1E - W_2V \qquad (۱۹)$$

$$S.t \ \sum_{i=1}^{20} x_i = 1$$

در مرحله ی بعد برای ترسیم مرز کارا از الگوریتم تخمین مجموعه ی غیر مرجح استفاده شد. برنامه ی نرم افزاری مورد نیاز برای انجام این مرحله با استفاده از نرم افزار MATLAB۲۰۱٤ تهیه گردید.



شکل ۲. نمایش مرز کارا به روش NISE

جدول ۳. ترکیب های مختلف سرمایه گذاری و ریسک و بازده متناسب با هر مورد

X۱	X۲	X۳	X۴	X۵	X۶	X۷	X۸	X۹	X۱۰	X۱۱	X۱۲	X۱۳	X۱۴	X۱۵	X۱۶	X۱۷	X۱۸	X۱۹	X۲۰
۰٫۱۱	۰	۰٫۱۱	۰	۰٫۱۸	۰٫۱۹	۰٫۰۵	۰	۰	۰٫۰۴	۰	۰	۰٫۰۹	۰	۰٫۰۷	۰	۰٫۰۷	۰٫۰۶	۰٫۰۲	۰٫۰۱
۰٫۱۸	۰	۰٫۰۵	۰	۰٫۰۵	۰٫۱۸	۰٫۰۵	۰	۰	۰٫۱۸	۰	۰	۰٫۰۵	۰	۰٫۰۵	۰٫۰۵	۰٫۰۵	۰٫۰۵	۰٫۰۱	۰٫۵
۰٫۱۶	۰	۰٫۰۸	۰	۰	۰٫۰۵	۰٫۰۵	۰	۰	۰٫۲۵	۰	۰	۰٫۰۹	۰	۰٫۰۶	۰٫۰۵	۰٫۰۹	۰٫۱	۰٫۰۳	۰٫۰۴
۰٫۱۸	۰	۰٫۱۹	۰	۰٫۰۶	۰٫۰۵	۰٫۰۴	۰	۰	۰٫۰۵	۰	۰	۰٫۰۹	۰	۰٫۰۶	۰٫۰۵	۰٫۰۹	۰٫۱۲	۰٫۰۳	۰٫۰۴
۰٫۱۲	۰	۰٫۰۸	۰	۰٫۰۸	۰٫۰۴	۰٫۰۳	۰	۰	۰٫۰۹	۰	۰	۰٫۱۲	۰	۰٫۰۵	۰٫۰۴	۰٫۱۴	۰٫۱۸	۰٫۰۳	۰٫۰۴
۰٫۲۳	۰	۰٫۰۵	۰	۰٫۰۷	۰٫۰۴	۰٫۰۳	۰	۰	۰٫۰۸	۰	۰	۰٫۰۸	۰	۰٫۰۴	۰٫۰۴	۰٫۰۹	۰٫۲۱	۰٫۰۴	۰٫۰۴
۰٫۰۶	۰	۰٫۰۴	۰	۰٫۰۸	۰٫۰۲	۰٫۰۲	۰	۰	۰٫۱۲	۰	۰	۰٫۱۳	۰	۰٫۰۳	۰٫۰۲	۰٫۱۷	۰٫۲۷	۰٫۰۲	۰٫۰۴
۰٫۴۶	۰	۰٫۰۳	۰	۰٫۰۲	۰٫۰۲	۰٫۰۱	۰	۰	۰٫۰۸	۰	۰	۰٫۱۲	۰	۰٫۰۲	۰٫۰۲	۰٫۱۷	۰٫۰۱	۰٫۰۲	۰٫۰۴
۰٫۰۴	۰	۰٫۰۲	۰	۰٫۰۷	۰٫۰۱	۰٫۰۱	۰	۰	۰٫۱۶	۰	۰	۰٫۰۹	۰	۰٫۰۱	۰٫۰۱	۰٫۱۵	۰٫۲۹	۰٫۰۲	۰٫۰۳
۰٫۱۴	۰	۰٫۰۳	۰	۰٫۰۴	۰٫۰۲	۰٫۰۲	۰	۰	۰٫۰۸	۰	۰	۰٫۰۴	۰	۰٫۰۲	۰٫۰۲	۰٫۰۵	۰٫۴۹	۰٫۰۴	۰٫۰۳
۰٫۰	۰	۰٫۰	۰	۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	۰	۰	۰٫۱۷	۰	۰	۰٫۰۶	۰	۰٫۰۱	۰	۰٫۱۱	۰٫۴۹	۰٫۰۲	۰٫۰۲

۴		۱		۵	۱	۱													
۰,۰۱	۰	۰,۰۵	۰	۰,۰۵	۰,۰۱	۰,۰۱	۰	۰	۰,۱۷	۰	۰	۰,۰۶	۰	۰,۰۱	۰	۰,۱	۰,۴۹	۰,۰۲	۰,۰۲
۰	۰	۰,۰۲	۰	۰,۰۳	۰	۰	۰	۰	۰,۲۱	۰,۰۱	۰	۰,۰۲	۰	۰	۰	۰,۰۴	۰,۶۵	۰,۰۱	۰,۰۱
۰	۰	۰,۰۱	۰	۰,۰۳	۰,۰۳	۰,۰۱	۰	۰	۰,۲	۰	۰	۰,۰۳	۰	۰,۰۱	۰	۰,۰۵	۰,۶۱	۰,۰۱	۰,۰۱
۰,۰۱	۰	۰	۰	۰,۰۱	۰	۰	۰	۰	۰,۲	۰,۰۱	۰	۰,۰۱	۰	۰	۰	۰,۰۱	۰,۷۵	۰	۰
۰,۰۱	۰	۰	۰	۰,۰۱	۰	۰	۰	۰	۰,۱۳	۰	۰	۰,۰۱	۰	۰	۰	۰,۰۱	۰,۸۳	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰

در مرحله ی سوم، مجموعه ی توافقی مشخص می گردد. به عبارت بهتر در این مرحله مرزهای مجموعه ی توافقی یعنی $L۱$ و $L\infty$ تعیین می شوند. به این منظور مقادیر مربوط به ریسک و بازده پرتفوی های حاصل را نرمالایز، و شاخص های سودآوری و ایمنی محاسبه شد. نتایج این مرحله در جدول ۴ آمده است:

جدول ۴. اطلاعات مربوط به شاخصهای سودآوری و ایمنی

ردیف	بازده	ریسک	TETA۱	TETA۲	TETA۱+TETA۲
۱	۰,۰۰	۰,۰۹	۰,۰۰	۱,۰۰	۱,۰۰
۲	۰,۰۵	۰,۱۱	۰,۰۴	۰,۸۵	۰,۸۹
۳	۰,۱۰	۰,۱۲	۰,۰۸	۰,۸۲	۰,۹۰
۴	۰,۱۱	۰,۱۲	۰,۱۹	۰,۷۸	۰,۸۷
۵	۰,۱۷	۰,۱۴	۰,۱۴	۰,۶۹	۰,۸۳
۶	۰,۱۸	۰,۱۴	۰,۱۵	۰,۶۵	۰,۸۰
۷	۰,۱۹	۰,۱۶	۰,۱۶	۰,۵۵	۰,۷۱
۸	۰,۲۴	۰,۱۶	۰,۲۰	۰,۵۱	۰,۷۱
۹	۰,۲۳	۰,۱۷	۰,۲۰	۰,۴۹	۰,۶۹
۱۰	۰,۲۷	۰,۱۸	۰,۲۳	۰,۴۲	۰,۶۵

۱۱	۰,۴۲	۰,۱۸	۰,۳۵	۰,۴۱	۰,۷۷
۱۲	۰,۴۹	۰,۱۸	۰,۴۱	۰,۴۱	(L-INF) ۰,۸۲
۱۳	۰,۶۸	۰,۱۹	۰,۵۷	۰,۳۷	۰,۹۴
۱۴	۰,۶۹	۰,۲۱	۰,۵۸	۰,۲۲	۰,۸۰
۱۵	۱,۰۰	۰,۲۱	۰,۸۴	۰,۲۰	(L۱) ۱,۰۳
۱۶	۱,۰۲	۰,۲۲	۰,۸۶	۰,۱۰	۰,۹۶
۱۷	۱,۱۹	۰,۲۴	۱,۰۰	۰,۰۰	۱,۰۰

حداکثر مقدار مربوط به مجموع شاخص های سودآوری و ایمنی به ردیف ۱۵ در جدول ۴ تعلق دارد که نشان دهنده ی پرتفویی با بازده ۱۰۰ درصد و ریسکی برابر با ۲۱ درصد می باشد. بنابراین مختصات نقطه ی L۱ به عنوان یکی از مرزهای مجموعه ی توافقی مشخص گردید. بنا بر تعریف L∞ که مرز دیگر مجموعه ی توافقی می باشد، نقطه ای است که در آن شاخص های سودآوری و ایمنی مقدار تقریباً برابری خواهند داشت. با انجام یک محاسبه ی ساده، نقطه ی L∞ با مختصاتی برابر با ۴۹ درصد برای بازده و ۱۸ برای ریسک به دست آمد. در ادامه برای اجرای روش حداکثر سازی مطلوبیت به طریق مستقیم با توجه به طیف توابع مطلوبیت منتخب در جدول برنامه ای با استفاده از نرم افزار MATLAB۲۰۱٤ تهیه گردید. نتایج حاصل در جدول ۵ آمده است:

جدول ۵. برای اجرای روش حداکثرسازی مطلوبیت به طریق مستقیم

توابع مطلوبیت	سهم ۱	سهم ۲	سهم ۳	سهم ۴	سهم ۵	سهم ۶	سهم ۷	سهم ۸	سهم ۹	سهم ۱۰
$Ln\,(w)$	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰,۲۴
$Ln\,(w-0.5)$	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰,۳۳
$-e^{-2w}$	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰,۳۸
$-e^{-5w}$	۰	۰	۰	۰,۰۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰,۰۲۶
$(w-0.8)^{0.1}$	۰	۰	۰,۰۵	۰,۰۱	۰,۰۵	۰,۱	۰,۱	۰	۰	۰
$(w-0.5)^{0.2}$	۰	۰	۰,۰۲	۰	۰,۰۳	۰	۰	۰	۰	۰,۲۱
$Ln\,(0.7+Ln(w+0.5))$	۰	۰	۰	۰	۰,۰۵	۰,۰۵	۰	۰	۰,۱۶	۰,۲

$Ln\,(1.5+Ln(w-0.3))$	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰,۱	۰,۴
ادامه جدول ۵										
توابع مطلوبیت	سهم ۱۱	سهم ۱۲	سهم ۱۳	سهم ۱۴	سهم ۱۵	سهم ۱۶	سهم ۱۷	سهم ۱۸	سهم ۱۹	سهم ۲۰
$Ln\,(w)$	۰	۰,۳۴	۰	۰,۳	۰	۰	۰	۰,۱۲	۰	۰
$Ln\,(w-0.5)$	۰	۰	۰,۰۲	۰	۰	۰	۰,۱	۰,۴۹	۰	۰,۰۶
$-e^{-2w}$	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰,۱	۰,۳۳	۰	۰,۱۹
$-e^{-5w}$	۰	۰	۰,۲۳	۰	۰	۰,۲۴	۰,۲	۰	۰	۰,۲۸
$(w-0.8)^{0.1}$	۰,۰۹	۰	۰,۰۶	۰	۰,۰۱	۰	۰,۱	۰,۳۹	۰,۰۲	۰,۰۲
$(w-0.5)^{0.2}$	۰	۰	۰,۰۲	۰	۰	۰	۰,۰۴	۰,۶۵	۰,۰۱	۰,۰۱
$Ln\,(0.7+Ln(w+0.5))$	۰	۰	۰	۰,۱۸	۰	۰	۰,۳۶	۰	۰	۰
$Ln\,(1.5+Ln(w-0.3))$	۰	۰	۰	۰	۰,۱۱	۰	۰,۳۲	۰,۰۷	۰	۰

نتایج اجرای مدل های ذکر شده در بازار سرمایه ی ایران نشان داد که پرتفوهای حاصل از به کارگیری مدل برنامه ریزی توافقی، بازده ای در دامنه ی ۴۹ درصد الی ۱۰۰ درصد دارند. ریسک پرتفوهای مذکور در دامنه ی ۱۸ تا ۲۱ درصد قرار می گیرد. خلاصه ی نتایج حاصل از اجرای روش مدل حداکثر سازی مطلوبیت به طریق مستقیم و نتایج مربوط به مجموعه ی توافقی در جدول ۶ آمده است:

جدول ۶. مقایسه ی نتایج حاصل از حداکثر سازی توابع مطلوبیت و مرزهای مجموعه ی توافقی

پرتفوی های حاصل در مجموعه توافقی			پرتفوی های حاصل از روش حداکثرسازی مطلوبیت به طریق مستقیم		
بازده	بازده	ریسک	بازده	ریسک	توابع مطلوبیت
L_1	۱	۰,۲۱	۱,۲۵	۰,۳۷	$Ln\,(w)$
L_∞	۰,۴۹	۰,۱۸	۱,۱۸	۰,۳۱	$Ln\,(w-0.5)$
			۱,۱۵	۰,۲۹	$-e^{-2w}$
			۱,۰۹	۰,۲۷	$-e^{-5w}$

	۱,۰۶	۰,۲۵	$(w-0.8)^{0.1}$
	۰,۹۸	۰,۱۹	$(w-0.5)^{0.2}$
	۰,۶۵	۰,۱۲	$Ln\,(0.7+Ln(w+0.5))$
	۰,۴۶	۰,۱	$Ln\,(1.5+Ln(w-0.3))$

با نرمالایز نمودن شاخص ریسک و تبدیل آن به شاخص ایمنی، مجموع شاخص سود آوری و ایمنی در این نقطه برابر با ۱،۰۱ می باشد. مجموع شاخص های ایمنی و سودآوری به ازای توابع مطلوبیت منتخب در جدول ۷ آمده است:

جدول ۷. بررسی تفاضل قدر مطلق توابع مطلوبیت منتخب با مجموعه توافقی بر اساس شاخص های سودآوری و ایمنی

قدر مطلق تفاضل مجموع شاخص ها نسبت به مجموعه توافقی	مجموع شاخص ایمنی و سودآوری	توابع مطلوبیت
۰,۰۳	۱	$Ln\,(w)$
۰,۱۲	۰,۹۱	$Ln\,(w-0.5)$
۰,۱	۰,۹۳	$-e^{-2w}$
۰,۱۳	۰,۹	$-e^{-5w}$
۰,۰۸	۰,۹۵	$(w-0.8)^{0.1}$
۰,۰۲	۱,۰۱	$(w-0.5)^{0.2}$
۰,۲۷	۰,۷۶	$Ln\,(0.7+Ln(w+0.5))$
۰,۰۳	۱	$Ln\,(1.5+Ln(w-0.3))$

۵. نتیجه گیری و بحث

نتایج حاصل از تحقیق نشان می دهد، استفاده از مدل برنامه ریزی توافقی منجر به انتخاب های بهینه ای با ریسک کمتر می گردد؛ بنابراین میتوان نتیجه گرفت که پرتفوی های حاصل از به کارگیری مدل برنامه ریزی توافقی، پرتفوی های مناسب تری برای سرمایه گذاران می باشند. پرتفوی های منتخب به روش حداکثر سازی مطلوبیت به طریق مستقیم، به ازای توابع مطلوبیت $U=(w-0.8)^{0.1}$ دارای ریسکی معادل ۲۵ درصد و بازدهی برابر با ۱۰۶ درصد می باشد. با توجه به مجموع شاخصهای سودآوری و ایمنی به ازای این تابع مطلوبیت ۰،۹۵ می باشد و قدر مطلق تفاضل مجموع به

دست آمده از مجموعه توافقی برابر با ۰،۰۸ می باشد. به ازای تابع مطلوبیت $U = (w - 0.5)^{0.2}$ ریسک محاسبه شده ۱۹ و بازده ۹۸ درصد می باشد؛ و قدر مطلق تفاضل مجموع به دست آمده از مجموعه توافقی برابر با ۰،۰۲ می باشد که کمترین میزان اختلاف را دارد.

پرتفوی های حاصل از توابع $Ln\ (0.7 + Ln(w + 0.5))$ بیشترین اختلاف را از پرتفوی های انتخابی با روش برنامه ریزی توافقی دارا می باشند. این میزان اختلاف ۰،۲۷۰ می باشد. از آنجایی که مجموعه ی توافقی به عنوان انتخاب های سرمایه گذاران استاندارد در نظر گرفته شده است، بنابراین می توان نتیجه گرفت که دو تابع مذکور یعنی $U = (w - 0.8)^{0.1}$ و $U = (w - 0.5)^{0.2}$ در بین توابع منتخب را می توان به عنوان توابع مطلوبیت سرمایه گذار استاندارد، در نظر گرفت و به ازای این توابع، فرضیه پژوهش مورد تائید قرار گرفت. با توجه به اینکه توابع مطلوبیت منتخب در این پژوهش مطابق با مطالعه کرول (۱۹۸۴) و آلمین (۲۰۰۱) برحسب درجه ریسک گریزی از بالا به پایین مرتب شده اند، انتظار می رفت به ازای توابع مطلوبیت منتخب ردیف های انتهایی پرتفوی های حاصل دارای بازده و ریسک کمتری باشند. نتایج پژوهش حاضر نیز همانطور که در جدول شماره ۶ نشان داده شده است، مؤید همین موضوع می باشد. با توجه به اینکه توابع مطلوبیتی که ریسک و بازده متناظر با آنها در داخل مجموعه ی توافقی قرار می گیرند، از نظر درجه ریسک گریزی در طیف میانه قرار دارند و می توان چنین نتیجه گیری نمود که مجموعه ی توافقی نیز تا حد زیادی نشان دهنده ی انتخاب های سرمایه گذاران با درجه ریسک گریزی متوسط می باشد.

پیشنهادهای پژوهش در دو محور کاربردی و راهبردی به شرح زیر ارائه می گردد:

بر اساس نتایج حاصل از پژوهش حاضر، با توجه به اینکه توابع مطلوبیت دارای اشکال بسیار متنوع می باشند، پیشنهاد می شود مطالعه ای با انتخاب طیفهای متعددی از توابع مطلوبیت مجدداً انجام شود.

با توجه به این نکته که انحرافات پایین تر از میانگین به عنوان انحرافات نامطلوب مطرح می باشد، انحرافات بالاتر از میانگین نه تنها نامطلوب نمی باشند بلکه خواسته ی کلیه ی سرمایه گذاران نیز هستند. استفاده از معیار نیم واریانس که فقط انحرافات پایین تر از میانگین را به عنوان معیار ریسک در نظر می گیرد، معیار واقعی تری برای سنجش ریسک می باشد و در نهایت منجر به اخذ تصمیمات صحیح تری می گردد.

از بعد راهبردی توجه به هزینه های معاملاتی به عنوان یکی از عوامل مهم در مباحث انتخاب پرتفوی بهینه ضروری می باشد. در این مدل هزینه های معاملاتی در نظر گرفته نشده است؛ قطعاً وارد شدن هزینه های معاملاتی در تابع هدف مدل، تأثیر زیادی در انتخاب های بهینه ی سرمایه گذاران خواهد داشت.

ترکیب منطق فازی با مدل برنامه ریزی توافقی امکان بیان پارامترهای نادقیق مدل را به سرمایه گذار خواهد داد. برای فازی کردن مدل برنامه ریزی توافقی می توان متریک ها و توابع مربوط به بهترین و بدترین حالت را به طور فازی در نظر گرفت.

۶. مراجع

۱. Amilon, Henrik.(۲۰۰۱). Comparison of mean-variance and exact utility maximization in stock portfolio selection. Lund University.

۲. Amiri,M. and Mahboob Ghodsi,M(۲۰۱۵). «Fuzzy Linear Programming Model Optimum Portfolio Selection Problem". Quarterly Financial Engineering and Securities Management journal. Volume ٦, No ۲۳, summer ۲۰۱۵, Page ۱۰۵-۱۱۸ [In Persian]

٣. Azar, A.and Ramouz,N.Atefatdoost,A.(٢٠١٤). « The Application of Non-inferior Set Estimation (NISE) Method in Optimum Portfolio Selection (Case Study: Tehran Security Exchange). Financial Research Journal ١, Volume ١٤, Issue ٢, Winter ٢٠١٤, Page ١-١٤ [In Persian]

٤. Ballestero, E. (١٩٩٧). Utility functions: A compromise programming approach to specification and optimization. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, ٦(١), ١١-١٦.

٥. Ballestero, E. and D. Plà–Santamaría. (٢٠٠٣)."Portfolio selection on the Madrid exchange: A compromise programming model." International Transactions in Operational Research ١٠,١: ٣٣-٥١.

٦. Ballestero, Enrique and Romero, Carlos. (١٩٩٦). "Compromise programming Applied to the portfolio Problem", Journal of the Operational Research Society. Vol. ٤١, pp. ١٣٧٨-١٣٨٦.

٧. Ballestero, Enrique, and Carlos Romero. (١٩٩١)."A theorem connecting utility function optimization and compromise programming." Operations Research Letters ١٠,٧: ٤٢١-٤٢٧.

٨. Ballestero, Enrique, and Carlos Romero.(١٩٩٣). "Weighting in compromise programming: A theorem on shadow prices." Operations Research Letters١٣,٥:٣٢٥-٣٢٩.

٩. Ballestero, Enrique, and Carlos Romero.(١٩٩٤). "Utility optimization when the utility function is virtually unknown." Theory and Decision ٣٧,٢:٢٣٣-٢٤٣.

١٠. Ballestero, Enrique, and David Pla-Santamaria.(٢٠٠٤)."Selecting portfolios for mutual funds." Omega ٣٢,٥: ٣٨٥-٣٩٤.

١١. Ballestero, Enrique.. (١٩٩٧)."Selecting the CP metric: A risk aversion approach"European Journal of Operational Research ٩٧,٣: ٥٩٣-٥٩٦.

١٢. Charnes, A. & W. W. Cooper (١٩٦١). Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. John Wiley & Sons, Inc, New York.

١٣. Chen, Liang-Hsuan, and Lindsay Huang. (٢٠٠٩). "Portfolio optimization of equity mutual funds with fuzzy return rates and risks.." Expert Systems with Applications ٣٦,٢: ٣٧٢٠-٣٧٢٧.

١٤. Cohon, J. L. Church, R. L. & Sheer, D. P. (١٩٧٩). Generating multiobjective trade-offs: An algorithm for bicriterion problems. Water Resources Research, ١٥(٥), ١٠٠١-١٠١٠.

١٥. Cohon, J. L. Church, R. L. & Sheer, D. P. (١٩٧٩). Generating multiobjective trade-offs: An algorithm for bicriterion problems. Water Resources Research, ١٥(٥), ١٠٠١-١٠١٠.

١٦. Costa, F. P. & Rehman, T. (٢٠٠٥). Unravelling the rationale ofovergrazing'and stocking rates in the beef production systems of Central Brazil using a bi-criteria compromise programming model. Agricultural Systems, ٨٣(٣), ٢٧٧-٢٩٥.

۱۷. Estrada, Javier. (۲۰۰٤). "Mean-Semivariance Behaviour: An Alternative Behavioural Model.." Journal of Emerging Market Finance ۳,۳: ۲۳۱-۲٤۸.

۱۸. Hanna, Sherman D. and Peng Chen. (۱۹۹۷)."Subjective and objective risk tolerance: Implications for optimal portfolios.." Financial Counseling and Planning.

۱۹. Jehle, Geoffrey Alexander. (۲۰۱۱). Advanced microeconomic theory. Pearson Education India.

۲۰. Jones, Charles P. (۲۰۰۰)."Investment: Analysis and Management, New York: John Willey and Sons."

۲۱. Kallberg, J. G. & Ziemba, W. T. (۱۹۸۳). Comparison of alternative utility functions in portfolio selection problems. Management Science, ۲۹(۱۱), ۱۲٥۷-۱۲۷٦.

۲۲. Kroll, Y. Levy, H. & Markowitz, H. M. (۱۹۸٤). Mean-variance versus direct utility maximization. The Journal of Finance, ۳۹(۱), ٤۷-٦۱.

۲۳. LeRoy, S. F. & Werner, J. (۲۰۱٤). Principles of financial economics. Cambridge University Press.

۲٤. Markowitz, Harry. (۱۹٥۲). "Portfolio selection." The journal of finance ۷,۱: ۷۷-۹۱.

۲٥. Prodanovic, Predrag. (۲۰۰۱). "Fuzzy set ranking methods and multiple expert decision making ". Department of Civil and Environmental Engineering, The University of Western Ontario.

۲٦. Raei,R.and pouyanfar,A. «Advanced Investment Management(۲۰۱٤).samt press. [In Persian]

۲۷. Van Praag, Bernard MS, and Adam S. Booij. (۲۰۰۳). "Risk aversion and the subjective time discount rate: A joint approach.".

۲۸. Yu, Po-Lung. (۱۹۷۳). "A class of solutions for group decision problems." Management Science ۱۹,۸: ۹۳٦-۹٤٦.